



(19) 대한민국특허청(KR)  
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2011년09월06일  
(11) 등록번호 10-1062375  
(24) 등록일자 2011년08월30일

(51) Int. Cl.  
H04N 5/217 (2011.01) H04N 5/21 (2006.01)  
H04N 1/409 (2006.01)  
(21) 출원번호 10-2006-0118327  
(22) 출원일자 2006년11월28일  
심사청구일자 2009년09월09일  
(65) 공개번호 10-2008-0048220  
(43) 공개일자 2008년06월02일  
(56) 선행기술조사문헌  
JP2004194957 A  
KR1020060097662 A

(73) 특허권자  
한국과학기술원  
대전 유성구 구성동 373-1  
(72) 발명자  
예종철  
대전 유성구 도룡동 383-2 과기원 교수아파트  
1-201호  
장광은  
부산 수영구 망미1동 삼성아파트 4동 201호  
(74) 대리인  
이원희

전체 청구항 수 : 총 8 항

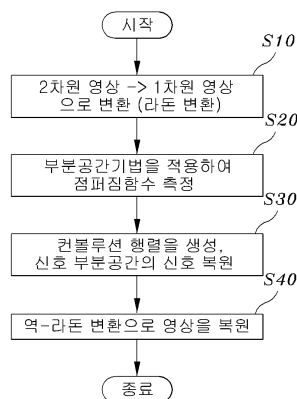
심사관 : 김기호

(54) 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법

(57) 요약

본 발명은 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법에 관한 것으로서, 점퍼 집합수가 회전 대칭인 경우에 영상 시스템의 점퍼집합수의 데이터가 부족할지라도 원본 영상을 복원할 수 있고, 흐려진 영상의 복원, 카메라의 초점 보정, 전자현미경 CTF 보정 등 2차원 영상 처리뿐만 아니라, 3차원 현미경 영상 복원 등의 3차원 영상처리에 적용 가능한 회전대칭인 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법을 제공하기 위한 것으로서, 그 기술적 구성은 회전 대칭의 충격응답 점퍼집합수의 성질을 가지는 광학 시스템으로부터 얻은 왜곡된 영상을 복원하는 방법에 있어서, 상기 영상을 라돈 변환하여 2차원의 영상을 부분공간기법을 적용할 수 있는 1차원 직선 집합으로 변환시키는 단계; 상기 변환된 1차원 직선 집합을 부분공간기법을 적용하여 원본 영상을 왜곡 시킨 점퍼집합수를 측정하는 단계; 및 상기 점퍼집합수로 컨볼루션 행렬을 생성하고, 상기 신호 부분공간의 신호를 복원하여 역-라돈 변환으로 영상을 복원하는 단계; 를 포함하여 이루어지는 것을 특징으로 한다.

대표도 - 도1



**특허청구의 범위**

**청구항 1**

알려지지 않은 회전 대칭 충격응답 점퍼집합수의 성질을 가지는 광학 시스템으로부터 얻은 영상을 복원하는 방법에 있어서,

라돈 변환을 통하여 2차원의 영상을 부분공간기법을 적용할 수 있는 1차원직선 집합으로 변환시키는 단계;

상기 변환된 1차원직선 집합을 신호 부분공간에서 부분공간기법을 적용하여 원본 영상을 왜곡시킨 점퍼집합수를 측정하는 단계; 및

상기 점퍼집합수로 컨볼루션 행렬을 생성하고, 상기 신호 부분공간의 신호를 복원하여 역-라돈 변환으로 영상을 복원하는 단계;

를 포함하여 이루어지는 것을 특징으로 하는 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법.

**청구항 2**

제1항에 있어서,

상기 부분공간기법은

상기 신호 부분공간에 포함되는 신호의 자기상관행렬을 계산하는 단계;

상기 자기상관행렬을 신호 공간을 생성하는 고유벡터를 구하기 위한 특이값 분해를 실행하는 단계;

상기 특이값 분해로 신호 공간을 생성하는 고유벡터를 구하는 부분공간분해를 실행하는 단계;

상기 부분공간분해로 분해된 신호 및 잡음 부분공간의 직교성을 이용하여 비용함수를 정의하는 단계;

상기 정의된 비용함수로 최대 고유값에 대응되는 고유벡터를 산출하는 단계;

를 포함하여 이루어지는 것을 특징으로 하는 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법.

**청구항 3**

제1항에 있어서,

3차원 영상의 점퍼집합수를 측정 가능한 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법.

**청구항 4**

제1항에 있어서,

적어도 하나의 영상만으로도 상기 점퍼집합수를 측정할 수 있는 것을 특징으로 하는 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법.

**청구항 5**

제1항에 있어서,

점퍼집합수의 회전 대칭성을 이용하여, 측정된 영상을 1차원 컨볼루션으로 변환시킨 것을 특징으로 하는 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법.

**청구항 6**

제5항에 있어서,

상기 1차원 컨볼루션은 컨볼루션 행렬로 변환되되, 상기 컨볼루션 행렬의 열벡터로 신호 부분공간과 노이즈 부분공간을 이루는 부분공간이 생성되는 것을 특징으로 하는 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼짐함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법.

**청구항 7**

제2항에 있어서,

상기 부분공간분해는 신호의 자기상관행렬을 적용시켜 특이값 분해로 신호 공간을 생성하는 고유벡터를 산출시키는 것을 특징으로 하는 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼짐함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법

**청구항 8**

제1항에 있어서,

상기 신호 부분공간과 노이즈 부분공간의 직교성으로 비용함수를 정의할 수있는 것을 특징으로 하는 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼짐함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법

**명세서**

**발명의 상세한 설명**

**발명의 목적**

**발명이 속하는 기술 및 그 분야의 종래기술**

- [0003] 본 발명은 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼짐함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법에 관한 것으로서, 라돈 변환으로 주파수 영역에서의 방사상 직선을 산출하고, 부분공간기법을 사용하여 점퍼짐함수를 측정하며, 이론상 단수개의 왜곡된 영상으로부터 원본 영상을 완벽히 복원함이 가능하며, 점퍼짐함수가 회전 대칭인 경우에 영상 시스템의 점퍼짐함수의 데이터가 부족할지라도 원본 영상을 복원할 수 있고, 흐려진 영상의 복원, 카메라의 초점 보정, 전자현미경 CTF 보정 등 2차원 영상 처리뿐만 아니라, 3차원 현미경 영상 복원 등의 3차원 영상처리에 적용 가능한 회전대칭인 충격응답 점퍼짐함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법을 제공하기 위한 것이다.
- [0004] 일반적으로, 광학 시스템으로부터 측정된 영상은 영상 시스템의 점퍼짐함수(PSF: Point-Spread Function)와 원본 영상의 2차원 컨볼루션으로 표현되는데, 원본 영상을 완벽하게 복원하기 위하여 측정된 영상으로부터 점퍼짐함수를 디컨볼루션하여야 한다.
- [0005] 다수의 경우에, 영상 시스템의 점퍼짐함수는 측정할 수 없으므로 상기 점퍼짐함수 및 원본 영상의 데이터가 충분하지 않은 조건에서 영상을 복원하기 위하여 블라인드 이미지 복원법(Blind Image Deconvolution)을 이용한다.
- [0006] 이때, 알려진 블라인드 이미지 복원법에는 반복적인 계산으로 원본 영상 및 점퍼짐함수를 산출할 수 있는 GCV(Generalized Cross-Validation)기법, 최우도(ML: Maximum-likelihood) 기법과 서로 다른 점퍼짐함수에 의해 왜곡된 3개의 영상이 존재할 때 원본 영상을 정확히 출력할 수 있는 다중영상채널 기법이 있다.
- [0007] 그러나, 다중영상채널 기법은 GCV 기법 또는 최우도 기법 등과는 다르게 이론상으로 원본 영상의 완벽한 복원이 가능하지만 하나의 객체에 대하여 다중의 영상을 출력할 수 없는 경우가 많았고, 촬영하고자 하는 객체가 동적이거나 또는 초점이 맞지 않았기때문에 복수개의 동일한 영상을 얻을 수 없는 경우가 존재하여 다중영상채널 기법을 적용할 수 없는 문제점이 있었다.

**발명이 이루고자 하는 기술적 과제**

[0008] 본 발명은 상기한 문제점을 해결하기 위하여 안출한 것으로, 측정된 영상을 라돈 변환하여 주파수 영역에서의 방사상 직선을 산출하고, 부분공간기법을 사용하여 점퍼집합수를 측정하며, 이론상 단수개의 왜곡된 영상으로부터 원본 영상을 완벽히 복원함이 가능하며, 점퍼집합수가 회전 대칭인 경우에 영상 시스템의 점퍼집합수의 데이터가 부족할지라도 원본 영상을 복원할 수 있고, 2차원 영상 복원, 카메라의 초점 보정, 전자현미경 CTF 보정 등 2차원 영상 처리뿐만 아니라, 3차원 현미경 영상 복원 등의 3차원 영상처리에 적용 가능한 회전대칭인 충격 응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법을 제공하기 위한 것을 목적으로 한다.

**발명의 구성 및 작용**

[0009] 상기한 바와 같은 목적을 달성하기 위하여 본 발명은 알려지지 않은 회전 대칭 충격응답 점퍼집합수의 성질을 가지는 광학 시스템으로부터 얻은 왜곡된 영상을 복원하는 방법에 있어서, 상기 영상을 라돈 변환하여 2차원의 영상을 부분공간기법을 적용할 수 있는 1차원 직선 집합으로 변환시키는 단계; 상기 변환된 1차원 직선 집합을 부분공간기법을 적용하여 원본 영상을 왜곡 시킨 점퍼집합수를 측정하는 단계; 및 상기 점퍼집합수로 컨볼루션 행렬을 생성하고, 상기 신호 부분공간의 신호를 복원하여 역-라돈 변환으로 영상을 복원하는 단계; 를 포함하여 이루어지는 것을 특징으로 한다.

[0010] 그리고, 상기 부분공간기법은 상기 신호 부분공간에 포함되는 신호의 자기상관행렬을 계산하는 단계; 상기 자기상관행렬을 신호 공간을 생성하는 고유벡터를 구하기 위한 특이값 분해를 실행하는 단계; 상기 특이값 분해로 신호 공간을 생성하는 고유벡터를 구하는 부분공간분해를 실행하는 단계; 상기 부분공간분해로 분해된 신호 및 잡음 부분공간의 직교성을 이용하여 비용함수를 정의하는 단계; 상기 정의된 비용함수로 최대 고유값에 대응되는 고유벡터를 산출하는 단계; 를 포함하여 이루어지는 것을 특징으로 한다.

[0011] 또한, 상기 블라인드 영상 복원법으로 측정된 점퍼집합수는 영상 시스템의 실제 점퍼집합수의 상수배로서, 이론상 완벽한 원본 영상의 복원이 가능하다는 점을 특징으로 한다.

[0012] 더불어, 적어도 하나의 영상만으로도 상기 점퍼집합수를 측정할 수 있는 것을 특징으로 한다.

[0013] 그리고, 기존의 블라인드 영상 복원법은 측정된 영상을 원본 영상과 점퍼집합수의 2차원 컨볼루션으로 모델링 하지만, 상기 블라인드 영상 복원법은 점퍼집합수의 회전 대칭성을 이용하여 원본 영상의 주파수 영역의 방사상 직선과 점퍼집합수의 1차원 컨볼루션으로 모델링 한 것을 특징으로 한다.

[0014] 여기서, 원본 영상의 주파수 영역의 방사상 직선을 산출함은 푸리에-슬라이스 정리에 의하여 라돈 변환으로 구현 가능한 것을 특징으로 한다.

[0015] 이때, 상기 1차원 컨볼루션은 컨볼루션 행렬로 변환되어, 상기 컨볼루션 행렬의 열벡터로 원본 신호 부분공간을 이루는 부분공간이 생성되는 것을 특징으로 한다.

[0016] 그리고, 상기 부분공간분해는 신호의 자기상관행렬을 적용시켜 특이값 분해로 신호 공간을 생성하는 고유벡터를 산출시키는 것을 특징으로 한다.

[0017] 또한, 상기 신호 부분공간과 노이즈 부분공간의 직교성으로 비용함수를 정의할 수 있는 것을 특징으로 한다.

[0018] 이하, 본 발명에 따른 실시예를 첨부된 예시도면을 참고로 하여 상세하게 설명한다.

[0019] 도 1은 본 발명에 따른 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집합수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법을 개략적으로 도시하는 흐름도이다. 도면에서 도시된 바와 같이, 회전 대칭(Radial Symmetry)의 충격응답(Impulse Response) 점퍼집합수(Point Spread Function)의 성질을 가지는 광학 시스템으로부터 얻은 왜곡된 영상을 복원하는 흐름도이다.

[0020] 먼저, 부분공간기법을 적용할 수 있도록 라돈 변환을 이용하여 주파수 영역에서의 방사상 직선(Lines of Radial Direction in the Fourier Domain)을 산출한다(S10).

- [0021] 또한, 상기 단계(S10)로부터 산출된 주파수 영역에서의 방사상 직선을 신호 부분공간(Signal Subspace)에서 부분공간기법(Subspace Method)를 적용하여 원본 영상을 왜곡시킨 점퍼짐함수를 추정한다(S20).
- [0022] 더불어, 상기 부분공간기법으로부터 측정된 점퍼짐함수로 컨볼루션 행렬(Convolution Matrix)를 생성하고, 이를 통하여 원래 신호를 복원한다(S30).
- [0023] 여기서, 상기 단계(S30)를 통과한 주파수 영역에서의 방사상 직선에 역-라돈 변환(Inverse Radon Transformation)으로 원본 영상과 동일한 영상으로 복원시킨다(S40).
- [0024] 도 2는 본 발명에 따른 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼짐함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법의 부분공간기법을 세분화시킨 흐름도이다. 도면에서 도시된 바와 같이, 블라인드 이미지 복원법(Blind Image Deconvolution)은 2차원 문제이므로, 부분공간법을 적용하기 위해서는 1차원 문제로 변환시켜야 하는데, 이는 점퍼짐함수(PSF: Point-Spread Function)의 회전 대칭성을 이용한다.
- [0025] 그리고, 상기 광학 시스템으로부터 출력된 영상은 영상 시스템의 점퍼짐함수와 원본 영상의 2차원 컨볼루션으로 표현가능하다.

**수학식 1**

[0026] 
$$y(m, n) = h(m, n) *_{2} x(m, n) + n(m, n)$$

- [0027] 상기 수학식 1에서  $y(m, n)$ ,  $h(m, n)$ ,  $x(m, n)$ ,  $n(m, n)$ 는 각각 측정된 영상, 시스템 함수(System Function)인 점퍼짐함수, 원본 영상, 노이즈를 의미하며,  $*_{2}$  는 2차원 선형 컨볼루션(Linear Convolution) 연산자로 정의된다.
- [0028] 이때, 상기 수학식 1의 양변을 푸리에 변환(Fourier transform)을 적용시키면 하기의 수학식 2와 같다.

**수학식 2**

[0029] 
$$Y(e^{jw_x}, e^{jw_y}) = H(e^{jw_x}, e^{jw_y})X(e^{jw_x}, e^{jw_y}) + N(e^{jw_x}, e^{jw_y})$$

- [0030] 여기서, 상기  $Y(e^{jw_x}, e^{jw_y})$ ,  $H(e^{jw_x}, e^{jw_y})$ ,  $X(e^{jw_x}, e^{jw_y})$ ,  $N(e^{jw_x}, e^{jw_y})$  는 각각  $y(m, n)$ ,  $h(m, n)$ ,  $x(m, n)$ ,  $n(m, n)$ 의 푸리에 변환쌍(Fourier Transform Pair)를 가리키는데, 상기 수학식 2는 푸리에 도메인(Fourier domain)을 직교 좌표계로 나타낸 것이며, 이를 극 좌표계로 변환시키면 하기 수학식 3과 같다.

**수학식 3**

[0031] 
$$Y(k, \theta) = H(k, \theta)X(k, \theta) + N(k, \theta), \quad k = \sqrt{(w_x^2 + w_y^2)}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{w_y}{w_x}\right)$$

- [0032] 이때, 점퍼짐함수의 푸리에 변환쌍인 광 전달 함수(OTF: Optical Transform Function)의 회전 대칭성을 이용하면, 수학식 4와 같다.

**수학식 4**

$$Y(k, \theta) = H(k)X(k, \theta) + N \quad \text{or} \quad Y_\theta(k) = H(k)X_\theta(k) + N$$

[0033]

[0034]

[0035] 여기서, 상기 수학식 4의 양변을 푸리에 역변환(Inverse Fourier Transform)하면, 상기 수학식 5와 같다.

**수학식 5**

$$\mathbf{F}^{-1}\{Y_\theta(k)\} = \mathbf{F}^{-1}\{H(k)\} *_1 \mathbf{F}^{-1}\{X_\theta(k)\} + N$$

[0036]

[0037]

[0038] 상기 수학식 5에서  $\mathbf{F}^{-1}$ 는 푸리에 역변환,  $*_1$ 는 1차원 컨볼루션 연산자를 나타내며, 상기 수학식 5에서 2차원 문제인 영상복원문제를 1차원 문제로 변환을 나타낸다.(S10).

[0039] 상기 수학식 5는 푸리에-슬라이스 이론에 의하면, 라돈 변환(Radon Transform)을 통하여 구현가능하며, 라돈 변환은 다음과 같이 정의된다.

**수학식 6**

$$g(s, \theta) = \iint_R f(x, y)\delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy$$

[0040]

[0041]

[0042] 상기 수학식 6에서  $f(x, y)$ 는 어떤 2차원의 함수를 나타내며,  $x \cos \theta + y \sin \theta = s$ 는 적분의 대상이 되는 직선을 가리키며, 상기 수학식 6을  $s$ 에 대하여 적분하면 푸리에-슬라이스 이론이 증명된다.

**수학식 7**

$$\begin{aligned} G_\theta(\xi) &= \iint_R f(x, y) \exp(-i2\pi\xi(x \cos \theta + y \sin \theta)) dx dy \\ &= \iint_R f(x, y) \exp(-i2\pi\{(\xi \cos \theta)x + (\xi \sin \theta)y\}) dx dy \\ &= F(\xi \cos \theta + \xi \sin \theta) \end{aligned}$$

[0043]

[0044]

[0045] 상기 수학식 7의 푸리에-슬라이스 이론에 따르면, 얻어진 영상을 라돈 변환하면, 상기 수학식 5를 실제로 구현할 수 있으며, 상기 수학식 5를  $y, h, x, n$ 를 이용하여 표현하면 수학식 8과 같다.

**수학식 8**

$$y = h *_1 x + n, \quad h = [h_{-M}, h_{-M+1}, \dots, h_0, \dots, h_M]^T$$

[0046]

[0047] 상기 수학식 8에서  $y$ ,  $h$ ,  $x$ ,  $n$ 는 각각 측정된 신호, 점피집합수, 원본 신호, 노이즈를 나타내는데, 1차원 컨볼루션 연산자는 행렬로 바꾸어 표현할 수 있으므로, 상기 수학식 8을 선형대수의 수식으로 변환시키면, 하기 수학식 9와 같다.

**수학식 9**

[0048] 
$$y = h * x + n \Leftrightarrow y = Hx + n$$

[0049]

[0050] 여기서,  $H$ 는 컨볼루션 행렬이며, 그 구조는 수학식 10과 같다.

**수학식 10**

[0051] 
$$H = \begin{bmatrix} h_{-M} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ h_M & \dots & h_{-M} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & h_M \end{bmatrix}$$

[0052] 따라서, 측정된 신호( $y$ )는 컨볼루션 행렬( $H$ )에 의하여 생성된 부분공간(Subspace)에 속하는 벡터이며, 이를 이용하여 컨볼루션 행렬을 계산하는 것이 부분공간 기법(Subspace Method)이다.  $H$ 의 열벡터에 의하여 생성된 부분공간은 신호 부분공간이며, 그 이외의 신호는 노이즈 부분공간(Noise Subspace)에 포함되고, 노이즈 및 신호는 독립적이며, 분산을  $\sigma^2$  라 가정하여 측정된 신호의 자기상관행렬(Autocorrelation Matrix)을 구하면 하기 수학식 11과 같다(S21).

**수학식 11**

[0053] 
$$\begin{aligned} E(yy^H) &= E((Hx + n)(Hx + n)^H) \\ &= E(Hxx^H H^H + nn^H) \\ &= HR_x H^H + \sigma^2 I, \quad R_x = E(xx^H) \end{aligned}$$

[0054] 상기 수학식 11의  $^H$ 는 에르미트(Hermitian)연산자이며,  $E(yy^H)$ 를 특이값 분해(SVD: Singular Value Decomposition)를 통하면 신호 공간을 생성하는 고유 벡터(Eigen Vector)를 산출할 수 있다. (S23).

[0055] 여기서,  $E(yy^H)$ 를 특이값 분해하여 얻은 고유값(Eigen Value)를  $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_{N+2M-1}$  라 하면, 분산( $\sigma^2$ )보다 큰 값을 가지는 고유값은 신호 공간을 생성하는 고유벡터에 대응되므로 부분공간 분해(Subspace Decomposition)가 가능하다.

[0056] 한편, 부분공간 분해의 다른 방법은  $H$ 의 열벡터들은 서로 다른 피벗(Pivot)을 가지므로,  $\text{rank}(H)=N$ 을 이용하면,  $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_{N-1}$  에 대응되는 고유 벡터들이 신호 공간을 생성하는 벡터 집합임을 알 수 있다. 분해한 신호 부분공간과 노이즈 부분공간을 다음과 같이 나타낸다(S25).

수학식 12

[0057] 
$$S = [S_0, S_1, \dots, S_{N-1}], \quad G = [G_0, G_1, \dots, G_{2M-1}].$$

[0058] 여기서, 상기  $S_0, S_1, \dots, S_{N-1}$ ,  $G_0, G_1, \dots, G_{2M-1}$  는 각각 신호 부분공간과 노이즈 부분공간의 고유 벡터를 가리키며, 원본 신호와 노이즈는 서로 독립적이므로, 신호 부분공간과 노이즈 부분공간은 서로 직교(Orthogonal)라고 가정하는 데, 즉  $G_0, G_1, \dots, G_{2M-1}$  는 H의 모든 열 벡터와 직교하다는 가정이 성립되어 하기 수학식 13과 같다.

수학식 13

[0059] 
$$G_i^H H = 0, \quad 0 \leq i \leq 2M-1$$

[0060] 상기 수학식 13을 이용하면, 비용 함수(Cost Function)을 수학식 14와 같이 정의할 수 있다.

수학식 14

[0061] 
$$\begin{aligned} q(H) &= \sum_{i=0}^{2M-1} |G_i^H H|^2 \\ &= \sum_{i=0}^{2M-1} |G_i^H H H^H G_i|^2, \quad \hat{H} = \underset{H}{\operatorname{argmin}} \{q(H)\} \end{aligned}$$

[0062] 상기 컨볼루션 행렬은 특이한 성질을 가지고 있는데, h에 의해 생성된 (N+2M, N) 컨볼루션 행렬을 H라고 하면 상기의 수학식 13을 변형한 하기 수학식 15을 증명할 수 있다(S27).

수학식 15

$$G_i^H H = h^H \mathcal{G}_i,$$

[0063] 
$$G_i = [g_0, g_1, \dots, g_{N+2M-1}]^T, \quad \mathcal{G}_i = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & \dots & g_{N-1} \\ g_1 & g_2 & & g_N \\ g_2 & g_3 & \dots & g_{N+1} \\ \dots & \dots & & \dots \\ g_{2M} & g_{2M+1} & \dots & g_{2M+N-1} \end{bmatrix}.$$

[0064] 대칭성이 있는 h에 의해 생성된 컨볼루션 행렬은, 수학식 15와 유사한 성질이 있으며, 이는 하기 수학식 16과 같다.



수학식 16

$$G_i^H H = h^H \mathcal{G}_{s_i}, \quad \mathcal{G}_{s_i} = \frac{\mathcal{G}_i + \mathcal{G}_i^*}{2}$$

[0065]

[0066] 여기서,  $\mathcal{G}_i$  '는 수학식 15에서 도출된  $G_i$  의 열 벡터를 역순으로 나열한 행렬이고, 상기 수학식 16으로 상기 수학식 14에서 정의한 비용 함수를 행렬 H에 대한 함수에서 벡터 h에 대하여 변환시킬 수 있다.

수학식 17

$$\begin{aligned} q(H) &= \sum_{i=0}^{2M-1} |G_i^H H|^2 \\ &= \sum_{i=0}^{2M-1} G_i^H H H^H G_i \\ &= \sum_{i=0}^{2M-1} h^H \mathcal{G}_{s_i} \mathcal{G}_{s_i}^H h \\ &= h^H Q h \end{aligned}, \quad Q = \sum_{i=0}^{2M-1} \mathcal{G}_{s_i} \mathcal{G}_{s_i}^H$$

[0067]

[0068] 그리고, 정확한 h,  $\mathcal{G}_i$  ' 에 대하여 비용 함수의 값이 0인데, 실제로 측정된 신호에서  $\mathcal{G}_i$  ' 를 얻어내므로, 비용 함수를 최소화하는 h를 찾는 방법으로 점퍼짐 함수를 구할 수 있다.

[0069] 그리고,  $\|h\|=1$  라고 가정하면, 비용 함수를 최소화하는 h를 찾는 것은 Q의 최소 고유값에 해당하는 고유 벡터를 찾는 것과 같으므로 쉽게 구현할 수 있다(S29).

[0070] 또한, 노이즈 공간의 고유 벡터를 이용하여 비용함수를 정의한 식들은 신호 부분공간의 고유 벡터로 정의할 수 있으나, 상기 노이즈 공간의 고유 벡터의 수보다 신호 공간의 고유 벡터의 수가 더 많으므로, 신호 부분공간의 고유벡터로 정의된 비용 함수를 사용하는 것이 바람직하다.

수학식 18

$$\begin{aligned} q(H) &= N |h|^2 - \sum_{i=0}^{N-1} |S_i^H H|^2 \\ &= N |h|^2 - \sum_{i=0}^{N-1} S_i^H H H^H S_i \\ &= N |h|^2 - \sum_{i=0}^{N-1} h^H \mathcal{S}_{s_i} \mathcal{S}_{s_i}^H h \\ &= N |h|^2 - h^H \tilde{Q} h \end{aligned}$$

[0071]

[0072]

[0073] 그리고,  $\|h\|=1$  의 제약하에서 Q의 최대 고유치에 해당하는 고유 벡터를 찾는 방식으로 점퍼짐함수를 찾을 수 있는데, 점퍼짐함수를 찾은 후, 컨볼루션 매트릭스 (H)를 생성하여 원래 신호를 복원하고(S30), 상기 단계(S10)과

상기 단계(S30)의 곱을 행하며, 역 라돈 변환(Back-Projection Invers Radon Transform)하면 원본 영상과 일치하는 영상을 얻을 수 있다(S40).

[0074] 한편, 복원된 영상은 원본 영상과 완벽히 일치하는 것을 보이려면, 본 발명에 따른 회전대칭인 충격응답 점퍼짐 함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법으로 측정한 점퍼짐함수와, 영상 시스템의 본래의 점퍼짐 함수가 서로 상수 배의 관계에 있는 것을 증명하면 되고, 이는 또 다른 명제의 증명 문제로 변경가능하다.

[0075] 여기서, 점퍼짐함수 h로 생성한 컨볼루션 행렬을 H라 하고, 상기 H와 같은 차원을 갖는 컨볼루션 행렬을  $\hat{H}$  이라 하고, 상기  $\hat{H}$ 의 점퍼짐함수를  $\hat{h}$ 라고 하면, 만약  $\hat{H}$ 가 생성하는 부분공간이 H가 생성하는 부분공간에 포함된다면,  $\hat{H}$ 의 모든 열 벡터는 h와 어떤 벡터의 곱으로 나타낼 수 있다.

[0076] 먼저,  $\hat{H}$ 의 열벡터 중 처음의 열벡터인  $\hat{H}_1 = [h_{-M}, \dots, h_M, 0, \dots, 0]^T$ 를 고려하면,  $\hat{H}_1$ 은 신호 공간에 포함된다고 가정하였으므로,  $Hx = \hat{H}_1$  (x는 임의의 어떤 벡터)가 성립하며, H를 4개의 행렬로 나누면 하기 수학식 19와 같다.

**수학식 19**

[0077] 
$$H = \begin{bmatrix} h & A \\ \vec{0} & \tilde{H} \end{bmatrix}$$

[0078]

[0079] 여기서, h는 컨볼루션 행렬 H의 점퍼짐 함수이고,  $\vec{0}$ 은 영 벡터,  $\tilde{H}$ 는 차원이 감소된 컨볼루션 행렬, A는 h,  $\vec{0}$ ,  $\tilde{H}$ 를 제외한 부분이다.

[0080] 이때,  $Hx = \hat{H}_1$ 를 다시 정리하면 수학식 20과 같다.

**수학식 20**

[0081] 
$$\begin{bmatrix} h & A \\ \vec{0} & \tilde{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{h} \\ \vec{0} \end{bmatrix}$$

[0082]

[0083] 여기서,  $\alpha$ 의 차원은 (1\*1)이므로 상수이고,  $\tilde{x}$ 은 임의의 벡터이다. 상기 수학식 20을 전개하면 하기 수학식 21과 같다.

**수학식 21**

[0084] 
$$h\alpha + A\tilde{x} = \hat{h} \quad (1), \quad \tilde{H}\tilde{x} = \vec{0} \quad (2)$$

[0085] 상기 수학식 21-(2)에서,  $\tilde{H}$ 는 하나의 컨볼루션 행렬이므로, 각각의 열 벡터는 서로 다른 피벗(Pivot)을 가지고 있으므로  $\tilde{x} = \vec{0}$ 가 되어야하며, 이를 수학식 21-(1)를 대입하면 하기 수학식 22와 같다.

**수학식 22**

[0086]  $h\alpha = \hat{h}$

[0087] 따라서,  $h$  와  $\hat{h}$  는 서로 상수배 관계에 있으며,  $\hat{H}_1$ 이외의 다른 열 벡터에 대하여 유사한 방법으로 증명 가능한데,  $H$ 를 4등분하여 컨볼루션 행렬의 특징을 사용하면, 각각의 경우에 대하여  $h$  와  $\hat{h}$  는 서로 상수배 관계인 것을 증명할 수 있다.

[0088] 더불어, 역의 증명은 자명하므로 본 발명에 따른 회전대칭인 충격응답 점퍼집함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법은 영상의 복원이 완벽하게 가능하다.

[0089] 마지막으로, 상기한 바와 같이 본 발명에 따른 회전대칭인 충격응답 점퍼집함수에 의해 왜곡된 영상 보정방법으로 완벽한 영상의 복원이 가능하므로, 2차원의 문제뿐만 아니라 3차원의 문제에도 적용될 수 있으며, 이에 따라 3차원의 좌표계를 원기둥 좌표계(Cylindrical Coordinate)로 설정하는 증명은 하기 식과 같다.

[0090] 여기서, 3차원(Dimension)의 문제는 3개의 함수로 표현되는 영상을 일컫는데, 영상은 2개의 함수로 표현되는 2차원의 문제이지만, 2차원의 영상을 다수번 촬영하거나 또는 2차원의 영상이 쌓여서 이루어지는 영상이 3차원 영상이며, 이러한 영상의 점퍼집함수를 산출해내는 것이 3차원의 문제라 할 수 있다.

[0091] 상기한 바와 같이, 3차원의 문제인 다변수 및 다함수 문제를 일변수 및 일함수 문제로 바꾸는 방법은 하기와 같다.

[0092] 그리고, 3차원의 경우에는 상기 수학식 1은 다음과 같이 변형된다.

**수학식 23**

[0093]  $y(x, y, z) = h(x, y, z) *_{3} x(x, y, z) + n(x, y, z)$

[0094] 상기 수학식 23을 푸리에 변환하면 하기의 수학식 24와 같다.

**수학식 24**

[0095]  $Y(e^{jw_x}, e^{jw_y}, e^{jw_z}) = H(e^{jw_x}, e^{jw_y}, e^{jw_z})X(e^{jw_x}, e^{jw_y}, e^{jw_z}) + N(e^{jw_x}, e^{jw_y}, e^{jw_z})$

[0096] 상기 수학식 24를 원기둥 좌표계로 변환하면, 하기 수학식 25와 같다.

**수학식 25**

[0097]  $Y(r, \theta, k_z) = H(r, \theta, k_z)X(r, \theta, k_z) + N(r, \theta, k_z)$

[0098] 그리고, 2차원의 경우와 마찬가지로 회전 대칭성을 이용하면, 하기 수학식 26과 같다.

**수학식 26**

$$Y(r, \theta, k_z) = H(r, k_z)X(r, \theta, k_z) + N$$

$$\Rightarrow Y_{k_z}(r, \theta) = H_{k_z}(r)X_{k_z}(r, \theta) + N$$

[0099]

[0100]

[0101]

[0102]

이로써, 본 발명에 따른 회전대칭인 충격응답 점퍼집함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법은 3차원 영상 복원에 적용가능하다.

다시 말하면, 영상 처리는 2차원의 문제이나 2차원의 영상을 그대로 계산하기 위해서는 여러 장의 영상인 다중 채널영상이 요구되므로, 점확산함수의 회전대칭성을 이용하여 1차원으로 변경시키고, 1차원으로 변경된 영상의 경우 한 장의 영상으로 본 발명에 따른 회전대칭인 충격응답 점퍼집함수의 왜곡영상 보정방법을 이용하여 흐려진 영상 및 초점이 맞지 않게 촬영된 영상에 대하여 영상을 보정 및 초점 보상을 할 수 있다.

이상에서는 본 발명의 바람직한 실시예를 예시적으로 설명하였으나, 본 발명의 범위는 이같은 특정 실시예에만 한정되지 않으며 해당 분야에서 통상의 지식을 가진자라면 본 발명의 특허 청구 범위내에 기재된 범주 내에서 적절하게 변경이 가능 할 것이다.

**발명의 효과**

[0103]

이상에서 설명한 바와 같이 상기와 같은 구성을 갖는 본 발명은 라돈 변환으로 주파수 영역에서 회전 직선을 산출하고, 부분공간기법을 사용하여 점퍼집함수를 측정하며, 각 신호를 복원하여, 단수개의 영상으로부터 영상을 완벽히 복원함이 가능하며, 점퍼집함수가 회전대칭인 경우에 영상 시스템의 점퍼집함수의 데이터가 부족할지라도 원본 영상을 복원할 수 있고, 2차원 영상 복원, 카메라의 초점 보정, 전자현미경 CTF 보정 등 2차원 영상 처리뿐만 아니라, 3차원 현미경 영상 복원 등의 3차원 영상처리에 적용 가능한 등의 효과를 거둘 수 있다.

**도면의 간단한 설명**

[0001]

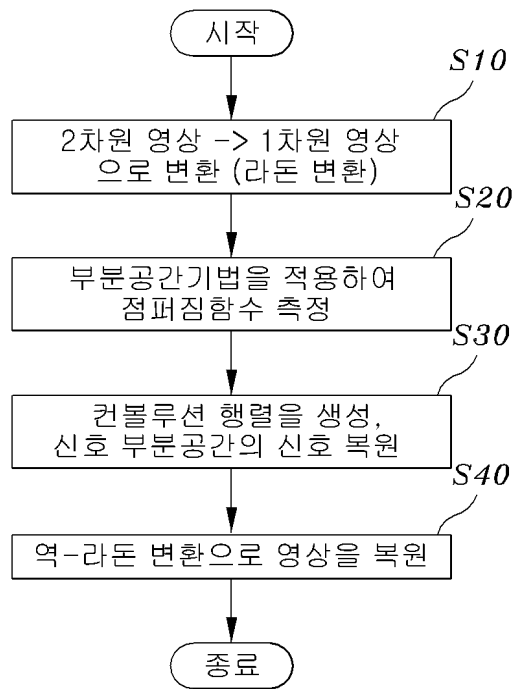
도 1은 본 발명에 따른 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법을 개략적으로 도시하는 흐름도

[0002]

도 2는 본 발명에 따른 알려지지 않은 회전대칭 충격응답 점퍼집함수에 의해 왜곡된 영상의 보정방법의 부분공간기법을 세분화시킨 흐름도

도면

도면1



도면2

